Thermal Inertia

1. Thermal Inertia Model

Thermal inertia คือ ความสามารถในการนำความร้อนและการเก็บความร้อนของเนื้อวัตถุ ซึ่งจะวัดความสามารถของวัตถุในการเก็บความร้อนในช่วงเวลากลางวันและคายความร้อนในช่วงเวลากลางคืน

จากสมการการกระจายตัวของส่วนประกอบต่างๆ ของของเหลวภายใต้อิทธิพลของระดับอุณภูมิเมื่อพิจารณาในหนึ่งมิติจะได้

$$D\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \tag{1}$$

เมื่อ $T(x,t)$ คือ อุณหภูมิที่ระดับความลึก x และ เวลา t, D [$m^2 s^{-1}$] คือ thermal diffusivity of the half-space. [1]. แสดงการคำนวณสมการที่ (1) ภายใต้เงื่อนไขในสมการที่ (2) และ (3) ตามสมการที่ (4) :

$$-k\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0} = (1-A)S_0 C_t \cos Z - [A_c + BT(0,t)] \tag{2}$$

$$T(x,t)\big|_{x\to\infty} = C \tag{3}$$

$$T(x,t) = -\frac{A_c}{B} + (1-A)S_0 C_t \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\exp(-k_0\sqrt{nx})\cos(n\omega t - k_0\sqrt{nx} - \delta_n)}{\sqrt{\omega n P^2 + \sqrt{2\omega n}BP + B^2}} \tag{4}$$

สมการที่ (2) คือ การเปลี่ยนแปลงของสมดุลพลังงานที่พื้นผิวโลก ซึ่งจะเป็นสาเหตุของการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ, $A_c + BT(0,t)$ คือ outgoing energy fluxes จากพื้นผิวโลก. A_c และ B ในสมการที่ (2) และ (4) เป็นสัมประสิทธิ์เชิงเส้นที่ขึ้นอยู่กับความขรุขระของพื้นผิวและตัวแปรทางด้านอุตุนิยมวิทยา เช่น อุณหภูมิอากาศ ความชื้น และความเร็วลม, Z คือ zenith angle ของพื้นผิวเรียบ ซึ่งจะเป็นฟังก์ชันของ δ, α และ ω , ส่วน δ คือ solar declination, α คือ latitude, ω คือ ความเร็วเชิงมุมของการหมุนของโลก (angular velocity of rotation of the earth), A คือ surface albedo, S_0 คือ ค่างคงที่แสงอาทิตย์ (solar constant), C_t คืออัตราการเคลื่อนที่ผ่านชั้นบรรยากาศของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงแสงขาว (atmospheric transmittance). ในสมการที่ (3) แสดงให้เห็นว่า $T(x,t)$ จะคงที่เมื่อ x มีความลึกเพียงพอ

ในสมการที่ (4), A_n คือ สัมประสิทธิ์ของ Fourier series.

$$k_0 = \frac{P}{k}\sqrt{\frac{\omega}{2}} \tag{5}$$

$$\delta_n = \arctan(\frac{P\sqrt{n\omega}}{\sqrt{2B} + P\sqrt{n\omega}} \tag{6}$$

$$A_1 = \frac{2}{\pi}\sin\delta\sin\alpha + \frac{1}{2\pi}\cos\delta\cos\alpha[\sin(2\varphi) + 2\varphi] \tag{7}$$

$$A_n = \frac{2\sin\delta\sin\alpha}{n\pi}\sin(n\varphi) + \frac{2\cos\delta\cos\alpha}{\pi(n^2-1)}[n\sin(n\varphi)\cos\varphi - \cos(n\varphi)\sin\varphi] \quad (8)$$

$$n = 2,3,...$$

$$\varphi = \arccos[tg\delta \times tg\alpha] \quad (9)$$

เมื่อ, φ คือ azimuth of the slope angle ซึ่งวัดตามเข็มนาฬิกาจากทิศเหนือ, δ_n คือ phase difference.

จากสมการที่ (4) โดยใช้การประมาณการเริ่มต้น (first order approximation) ซึ่งสามารถแสดงอุณหภูมิพื้นผิวที่เวลา t ดังนี้

$$T(0,t) = -\frac{A_c}{B} + (1-A)S_0C_t\left[A_1\frac{\cos(\omega t - \delta_1)}{\sqrt{\omega P^2 + \sqrt{2\omega}BP + B^2}}\right] \quad (10)$$

ดังนั้น ความแตกต่างของอุณหภูมิในช่วงเวลาที่ดาวเทียมเคลื่อนผ่าน t_1 และ t_2 คือ ช่วงเวลากลางวันและกลางคืนตามลำดับ นั่นคือ

$$\Delta T = (1-A)S_0C_tA_1\frac{\cos(\omega t_1 - \delta_1) - \cos(\omega t_2 - \delta_1)}{\sqrt{\omega P^2 + \sqrt{2\omega}BP + B^2}} \quad (11)$$

จาก (11) การประมาณการเริ่มต้น (first order approximation) ของอุณหภูมิพื้นผิว P และ B มีความสัมพันธ์ดังนี้

$$P\sqrt{\frac{\omega}{2}} = \frac{\tan(\omega t_{\max})}{1-\tan(\omega t_{\max})}B \quad (12)$$

เมื่อ $t_{\max}$ คือ เวลาที่อุณหภูมิสูงที่สุดในช่วงเวลากลางวัน จากสมการที่ (11) และ (12) จะได้:

$$P = \frac{(1-A)S_0C_tA_1[\cos(\omega t_1 - \delta_1) - \cos(\omega t_2 - \delta_1)]}{\Delta T\sqrt{\omega}\sqrt{1 + \frac{1}{b} + \frac{1}{2b^2}}} \quad (13)$$

$$B = \frac{(1-A)S_0C_tA_1[\cos(\omega t_1 - \delta_1) - \cos(\omega t_2 - \delta_1)]}{\Delta T\sqrt{\omega}\sqrt{1 + 2b + 2b^2}} \quad (14)$$

$$b = \frac{\tan(\omega t_{\max})}{1-\tan(\omega t_{\max})} \quad (15)$$

$$\delta_1 = \frac{b}{1+b} \quad (16)$$

จาก thermal inertia model, คำศัพท์ตัวที่สองในสมการที่ (4) สามารถหาได้โดยพิจารณา [2]. เมื่อใช้การประมาณค่าลำดับที่สอง สมการในการคำนวนอุณหภูมิ (4) ที่เวลา t ดังนี้ :

$$T_2(0,t) = -\frac{A_c}{B} + (1-A)S_0C_t\left[A_1\frac{\cos(\omega t-\delta_1)}{\sqrt{\omega P^2+\sqrt{2\omega}BP+B^2}} + A_2\frac{\cos(2\omega t-\delta_2)}{\sqrt{2\omega P^2+2\sqrt{\omega}BP+B^2}}\right] \tag{17}$$

ความแตกต่างของอุณหภูมิพื้นผิวในช่วงเวลาที่ดาวเทียมเคลื่อนผ่าน t_1 และ t_2 ในช่วงเวลากลางวันและกลางคืน ตามลำดับ ดังนี้

$$\Delta T_2 = T_2(0,t_1) - T_2(0,t_2)$$

$$= (1-A)S_0C_t\left[A_1\frac{\cos(\omega t_1-\delta_1)-\cos(\omega t_2-\delta_1)}{\sqrt{\omega P^2+\sqrt{2\omega}BP+B^2}} + A_2\frac{\cos(2\omega t_1-\delta_2)-\cos(2\omega t_2-\delta_2)}{\sqrt{2\omega P^2+\sqrt{2\omega}BP+B^2}}\right] \tag{18}$$

ช่วงเวลาที่จะเกิดอุณหภูมิสุดในช่วงกลางวัน $t_{\max}$, เมื่อ $\left.\frac{dT_2(0,t)}{dt}\right|_{t=t_{\max}} = 0$, *i.e*

$$\sin(\omega t_{\max}-\delta_1)\times A_1\sqrt{2\omega P^2+2\sqrt{\omega}BP+B^2} + \sin(2\omega t_{\max}-\delta_2)\times 2A_2\sqrt{\omega P^2+\sqrt{2\omega}BP+B^2} = 0 \tag{19}$$

จากสมการที่ (6), เราจะได้ $\delta_1 = \arctan\frac{P\sqrt{\omega}}{\sqrt{2}B+P\sqrt{\omega}}$, $\delta_2 = \arctan\frac{P\sqrt{2\omega}}{\sqrt{2}B+P\sqrt{2\omega}}$. สมการที่ (19) มีสามตัวแปรที่ไม่ทราบค่า P, B และ $t_{\max}$.$t_{\max}$ แต่ $t_{\max}$ และ $t_{\max}$ สามารถหาได้จากสถานีอุตุนิยมวิทยาในแต่ละพื้นที่ ดังนั้นจะเหลือตัวแปรที่ไม่ทราบค่าเพียงสองตัว คือ P และ B ในสมการที่ (19) ส่วนในสมการที่ (18) ΔT_2 คือ ความแตกต่างของอุณหภูมิพื้นผิว, A คือ surface albedo, โดยค่าทั้งสองสามารถคำนวณได้โดยใช้ข้อมูลดาวเทียม. S_0 คือ solar constant, โดยปกติจะมีค่าเท่ากับ 1367 Wm^{-2}, C_t คือ อัตราการเคลื่อนที่ผ่านชั้นบรรยากาศของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงแสงขาว (atmospheric transmittance), A_1 และ A_2 คือ สัมประสิทธิ์ของ Fourier series, ซึ่งสามารถหาได้จาก solar declination และ latitude ในแต่ละพื้นที่ ดังนั้นสองตัวแปรที่ไม่ทราบค่า P และ B ในสมการที่ (18) และ (19) สามารถคำนวนได้จากค่าสุดท้ายของ thermal inertia P.

2. Soil Moisture Model

เพราะว่าค่า thermal inertia ของน้ำมีค่ามากกว่าของดินที่มีลักษณะแห้ง ดังนั้นปริมาณความชื้นในดินที่เปลี่ยนแปลงจะเป็นสาเหตุให้ค่า thermal inertia ของดินเปลี่ยนแปลง โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่ออุณหภูมิในช่วงกลางวันและกลางคืนแตกต่างกัน ถ้าเราสามารถหาค่า thermal inertia จากข้อมูลดาวเทียม ดังนั้นค่า

ความชื้นในดินจะสามารถหาได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่าง thermal inertia และค่าความชื้นในดิน (soil moisture)

[3]. โดยความสัมพันธ์ของ thermal inertia และ soil moisture ที่กำหนดให้ดังนี้

$$P = \left\{ 2.1ds^{\left[1.2-0.02(\frac{ds}{d})w\right]} e^{\left[-0.007(\frac{wds}{d}-20)^2\right]} + ds^{\left[0.8+0.02(\frac{ds}{d})w\right]} \right\}^{\frac{1}{2}} \times \frac{(\frac{0.2w}{d})ds^2}{0.001\sqrt{100}} \qquad (20)$$

เมื่อ ds คือ ค่าความหนาแน่นของดิน (soil density), d คือ ค่าความหนาแน่นของน้ำ (water density), w คือ เปอร์เซ็นต์เชิงน้ำหนักของค่าความชื้นในดิน จากสมการที่ (20), thermal inertia P และค่าเปอร์เซ็นต์เชิงน้ำหนักของค่าความชื้นในดินจะมีความสัมพันธ์กันแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (one-to-one relationship) ดังนั้นเราสามารถสร้างตารางซึ่งประกอบด้วย thermal inertia, ความหนาแน่นของดิน และความชื้นในดิน เพื่อคำนวนหาค่าความชื้นในดินได้

จึงสรุปได้ว่าความชื้นในดิน P คือ ค่าดรรชนีความแห้งแล้งที่ตรวจวัดและคำนวณได้จากดาวเทียม Modis (Soil Moisture Estimate : SMest) หรือ ดรรชนีความแห้งแล้ง SMest